ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΕΠΑ.Λ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)
3-6-23
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:

ΘΕΜΑ Α

Α1) σελ.30 σχολικό βιβλίο

Α2) σελ.22 σχολικό βιβλίο

Α3) α) Λάθος **β)** Σωστό **γ)** Σωστό **δ)** Λάθος **ε)** Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1) $f(x)=2x^3+\alpha x^2-12x+10$

$f'(x)=6x^2+2\alpha x-12\ ,\ x\in\mathbb{R}$

Β2) $f'(1)=0\ \Rightarrow\ 6\cdot1^2+2\alpha\cdot1-12=0\Leftrightarrow\alpha=3$

Β3) $f(x)=2x^3+3x^2-12x+10\quad x\in\mathbb{R}$

$f'(x)=6x^2+6x-12\quad x\in\mathbb{R}$

- $f'(x)=0\Leftrightarrow 6x^2+6x-12=0\Leftrightarrow x^2+x-2=0\Leftrightarrow x=-2$ ή $x=1$
- $f'(x)>0\Rightarrow x<-2$ ή $x>1$
- $f'(x)<0\Rightarrow -2<x<1$

	-00	-2		1	+00
f'	+	0	-	0	+
f	↘		↗		↘

- f γν.αύξουσα στο (-∞,-2] και στο [1,+ ∞)
- f γν.φθίνουσα στο [-2,1]
- η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο -2, με τιμή f(-2)=30
- η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο 1, με τιμή f(1)=3

Β4) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f'(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{6x^2+6x-12}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{6(x+2)(x-1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}6(x+2)=18$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1)

$$\overline{X}=14 \Leftrightarrow \frac{1}{40+\nu_3}(520+18\nu_3)=14 \Leftrightarrow$$

$$520+18\nu_3=560+14\nu_3 \Leftrightarrow 4\nu_3=40 \Leftrightarrow \nu_3=10$$

Γ2)

Κλάσεις	x_i	ν_i	$x_i\,\nu_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)	18	10	180
[20,24)	22	5	110
Σύνολο	-	50	700

Γ3)

x_i^2	$x_i^2\,\nu_i$
100	2000
196	2940
324	3240
484	2420
Σύνολο	10600

$$s^2=\frac{1}{50}\left(10600-\frac{700^2}{50}\right)=\frac{1}{50}(800)=16$$

Γ4) $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{16}=4$

$CV=\frac{S}{\overline{X}}=\frac{4}{14}=0.28>0.1$, άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές(αφού ξεπερνά το 0.1 ή 10%)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1)

$f(x)=-\frac{1}{x^2}, x\neq 0$

$f'(x)=\frac{2}{x^3}, x\neq 0$

$f'(x)=0 \Rightarrow 2=0$, αδύνατη

$f'(x)>0 \Rightarrow \frac{2}{x^3}>0 \Rightarrow 2x^3>0 \Rightarrow x>0$, άρα f γν.αύξουσα στο $(0,+\infty)$

$f'(x)<0 \Rightarrow \frac{2}{x^3}<0 \Rightarrow 2x^3<0 \Rightarrow x<0$, άρα f γν.φθίνουσα στο $(-\infty,0)$

Δ2)

$x\in[-4,-1] \Leftrightarrow -4\leq x\leq -1 \Leftrightarrow 16\geq x^2\geq 1 \Leftrightarrow$

$1\leq x^2\leq 16 \Leftrightarrow -1\geq -x^2\geq -16 \Leftrightarrow -\frac{1}{1}\leq -\frac{1}{x^2}\leq -\frac{1}{16} \Leftrightarrow$

$-1\leq f(x)\leq -\frac{1}{16}$

Δ3) Έστω ε: y=λx+β η ζητούμενη εφαπτομένη.

λ=f'(1)=2, άρα ε : y=2x+β και

$M(1,f(1))\in \varepsilon \Leftrightarrow f(1)=2\cdot 1+\beta \Leftrightarrow -1=2+\beta \Leftrightarrow \beta=-3$

συνεπώς ε: y=2x-3

Δ4) Αφού $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2), \Gamma(x_3,y_3) \in \varepsilon$, τότε ισχύει $y_i=2x_i-3$, για i=1,2,3

Συνεπώς

$\bar{y}=2\bar{x}-3 \Leftrightarrow \bar{y}=2\cdot 4-3 \Leftrightarrow \bar{y}=5$

και

$s_y=2s_x \Leftrightarrow s_y=2\cdot 2 \Leftrightarrow s_y=4$

Τελικώς,

$CV_y=\frac{s_y}{\bar{y}}=\frac{4}{5}=0.8$ ή 80%

ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΜΕΛΗΘΗΚΕ Ο ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:
ΣΙΤΑΡΙΔΗΣ ΣΠΥΡΟΣ