

Πανελλαδικές Εξετάσεις  
Ημερησίων & Εσπερινών Επαγγελματικών Λυκείων  
Σάββατο: 4 Ιουνίου 2022  
Εξεταζόμενο Μάθημα: Μαθηματικά (Άλγεβρα)  
Απαντήσεις

**Θέμα Α**

Α1. Σχολικό Βιβλίο σελίδες 28,29.

Α2. Σχολικό Βιβλίο σελίδα 87.

Α3. α. Λάθος, β. Σωστό, γ. Λάθος

Α4. α.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  β.  $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

**Θέμα Β**

Β1. μέση τιμή  $\bar{x} = \frac{25+10+5+20+15}{5} = \frac{75}{5} = 15$  απουσίες

Εύρος  $R=25-5=20$

Β2.

$$s^2 = \frac{1}{5} [(25-15)^2 + (10-15)^2 + (5-15)^2 + (20-15)^2 + (15-15)^2] =$$
$$= \frac{1}{5} (100 + 25 + 100 + 25 + 0) = \frac{250}{5} = 50$$

Β3.

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{50}}{15} = \frac{5\sqrt{2}}{15} = \frac{\sqrt{2}}{3} \approx 0.47 \text{ ή } 47\%$$

$$CV > 0.1$$

Συνεπώς το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

**Θέμα Γ**

Γ1.

$$f'(1) = 0$$

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + ax + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 18x + a$$

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 3 \cdot 1^2 - 18 \cdot 1 + a = 0 \Rightarrow a = 15$$



Γ2. Έστω  $\varepsilon: y = \lambda x + \beta$  η εφαπτομένη της  $C_f$  στο  $M(2, f(2))$

$$\lambda = f'(2) = -9$$

$$\text{Άρα } \varepsilon: y = -9x + \beta$$

$$M(2, f(2)) \in \varepsilon \Rightarrow f(2) = -9 \cdot 2 + \beta \Rightarrow 3 = -18 + \beta \Rightarrow \beta = 21$$

$$\text{Άρα } \varepsilon: y = -9x + 21$$

Γ3.  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 18x + 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ ή } x = 5$$

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
f'	+		-	+
f	↗		↘	

- $f$  γνησίως αύξουσα στο  $(-\infty, 1]$  και στο  $[5, +\infty)$
- $f$  γνησίως φθίνουσα στο  $[1, 5]$
- η  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο 1, το  $f(1) = 8$
- η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο 5, το  $f(5) = -24$

Γ4.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 18x + 15}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(x-5)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-5)}{x+1} = \frac{3(-4)}{2} = -6$$

### Θέμα Δ

Δ1.

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

$$x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1, \text{συνεπώς } A_f = (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$$

$$f'(x) = \frac{x'(x+1) - x(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}, \quad x \neq -1$$

$$\Delta 2. \bar{x} = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{\frac{1}{(2+1)^2}} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9 \text{ και } s = \frac{1}{2f'(1)} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{(1+1)^2}} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Δ3. Ο χρόνος επιστροφής 5 έως 11 λεπτά αντιστοιχεί στο διάστημα  $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + s)$ , δηλαδή στο  $68\% + 13.5\% = 81,5\%$

Με την απλή μέθοδο των τριών το 81,5% σε πλήθος 2000 μαθητών, αντιστοιχεί σε 1630 μαθητές.



# Proετοιμάζω

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ν. ΠΑΠΑΘΑΝΑΣΙΟΥ - Π. ΠΑΠΠΑΣ

Ο χρόνος επιστροφής πάνω από 15 λεπτά αντιστοιχεί στο 0,15% των παρατηρήσεων.

Με την απλή μέθοδο των τριών το 0,15% σε πλήθος 2000 μαθητών, αντιστοιχεί σε 3 μαθητές.

Δ4. Έστω  $y_i = x_i + 3$  για  $i = 1, \dots, 2000$  οι παρατηρήσεις που προκύπτουν, αν οι χρόνοι αυξηθούν κατά 3 λεπτά

Η νέα μέση τιμή είναι  $\bar{y} = \bar{x} + 3 = 9 + 3 = 12$

Η νέα τυπική απόκλιση  $S_y = S_x = 2$

Τις απαντήσεις επιμελήθηκαν οι καθηγητές

Νίκος Παπαθανασίου

Σπύρος Σιταρίδης

